

Kertaustehtäviä

Luku 1

1. a) Tee lyhyesti selkoa sähkövirran vaikutuksista.
- b) Mihin sähkövirran vaikutukseen perustuu ampeerin määritelmä?
- c) Mihin sähkövirran vaikutukseen perustuvat akun lataaminen, hehkulamppu, galvanointi ja tasavirtamoottori? (Yo s 04)

Ratkaisu:

a) Sähkövirran vaikutukset ovat:

- Lämpövaikutus. Johdin lämpenee resistanssinsa takia. Johtimessa kuluva teho on Joulen lain mukaan $P = I^2 R$, ja osa siitä ilmenee johtimen lämpenemisenä.
- Säteilyvaikutus. Osa johtimessa kuluva tehosta siirtyy säteilyn muodossa pois johtimesta. Esimerkiksi. hehkulamppussa, kun vastuslanka säteilee valoa korkeassa lämpötilassa.
- Kemiallinen vaikutus tulee esille esim. elektrolyysireaktiossa, jonka sähkövirta saa aikaan.
- Magneettinen vaikutus, joka johtuu varausten liikkeen aiheuttamasta magneettikentästä sekä liikkuvaan varaukseen vaikuttavasta magneettisesta voimasta..

b) Ampeerin määritelmä perustuu kahden pitkä yhdensuuntaisen virtajohtimien väliseen voimavaikutukseen, joka on magneettinen vuorovaikutus

c) akun lataaminen on esimerkki kemiallisesta vaikutuksesta
 hehkulamppu on esimerkki sähkövirran lämpövaikutuksesta ja säteilyvaikutuksesta
 galvanointi on esimerkki kemiallisesta vaikutuksesta
 tasavirtamoottorin toiminta on esimerkki magneettisesta vaikutuksesta.

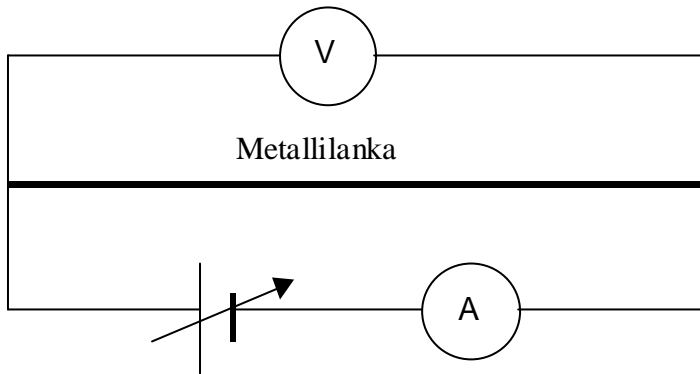
2. Opiskelijat tutkivat metallilangan läpi kulkevan sähkövirran riippuvuutta jännitteestä ja saivat seuraavat mittaustulokset:

Jännite (V)	Virta (mA)
0,03	11,5
0,09	36,0
0,15	56,9
0,23	98,3
0,34	130,2

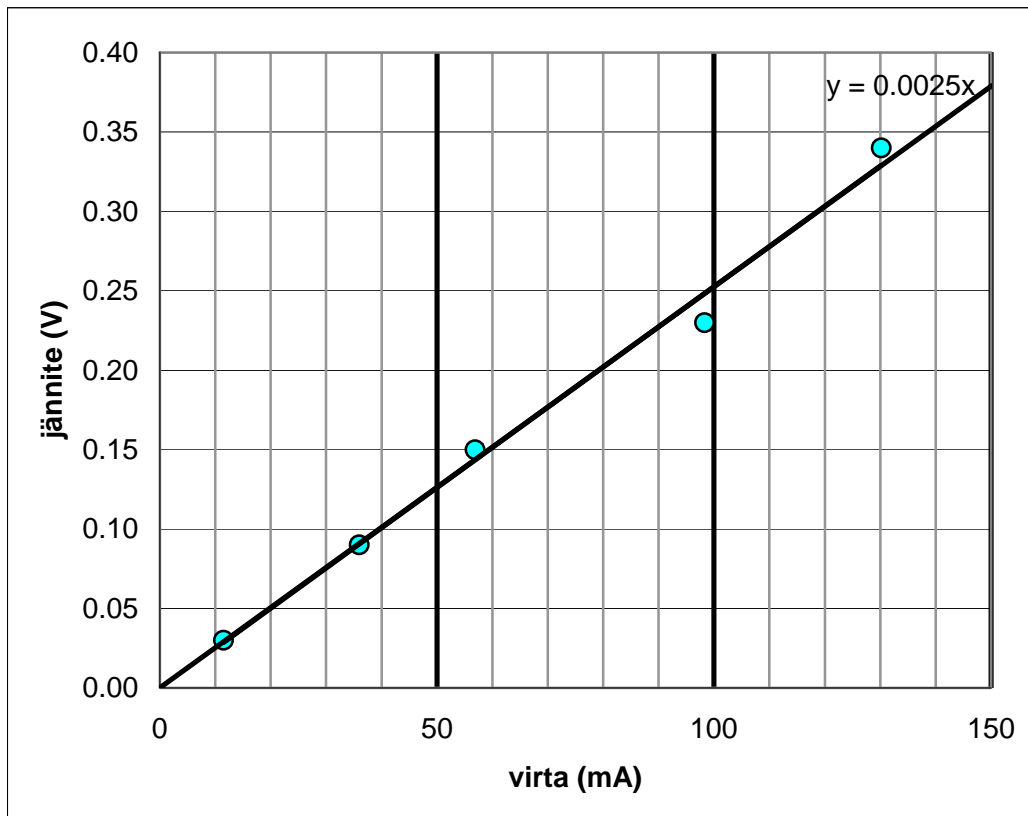
- a) Piirrä mittauksen kytkentäkaavio.
- b) Kuinka suuri oli metallilangan resistanssi mittauksen perusteella? Noudattiko metallilanka Ohmin lakia?
- c) Kuinka suuri jännite tarvitaan, jotta langan läpi kulkisi 180 mA virta?

Ratkaisu:

a)



b) Piirretään tuloksista I, U -kuvaaja. Kuvaaja on piirrettävä origon kautta, koska virta on nolla kun jännite on nolla. Tulos voi hieman vaihdella riippuen siitä kuinka tarkkaan kuvaaja sovitetaan käsin.



Kuvaajan perusteella voidaan olettaa, että jännite on mittaustarkkuuden rajoissa verrannollinen virtaan. Ohmin laki on siis voimassa.

c) Jännite arvioidaan olettamalla, että langan resistanssi pysyy vakiona:

$$U = RI = 2,5 \Omega \cdot 180 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 0,45 \text{ V}$$

3. Oppilastöissä piti tutkia pienen hehkulampun (nimellisjännite 6.3 V) läpi kulkevan sähkövirran ja lampussa tapahtuvan jännitehäviön välistä riippuvuutta. Käytettävissä oli

6 V akku, säätövastuksia, tarpeelliset mittarit ja johtimia. a) Piirrä kaavio mittaukseen soveltuvasta kytkennästä. b) Eräässä kokeessa saatiin seuraavat tulokset:

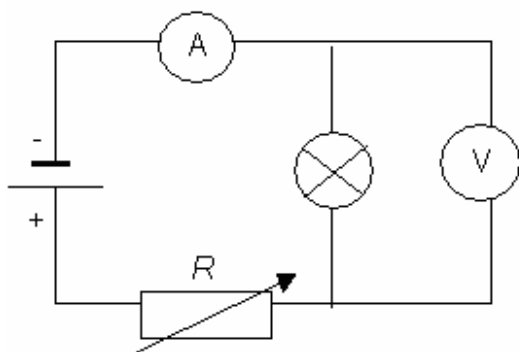
U/V 0,26 0,53 1,00 1,52 2,00 3,00 4,01 5,00 6,00

I/A 0,82 1,41 1,84 2,22 2,55 3,05 3,56 4,01 4,35

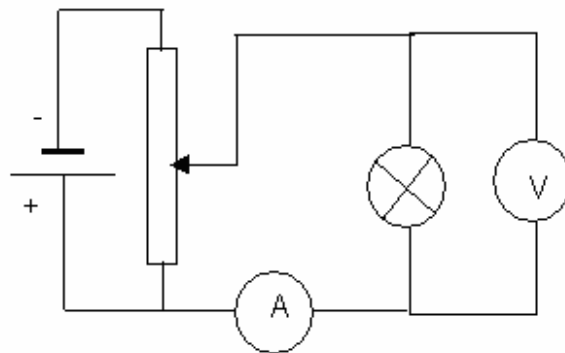
Lamppu alkoi hehkua noin 2 A virralla ja loisti kirkkaana kokeen lopussa. Piirrä $I = I(U)$ -kuvaaja. Miten kuvaajan muoto voidaan selittää? (Yo k 93)

Ratkaisu:

a) Mittaus voidaan suorittaa käyttäen etuvastusta tai potentiometrikytkentää.

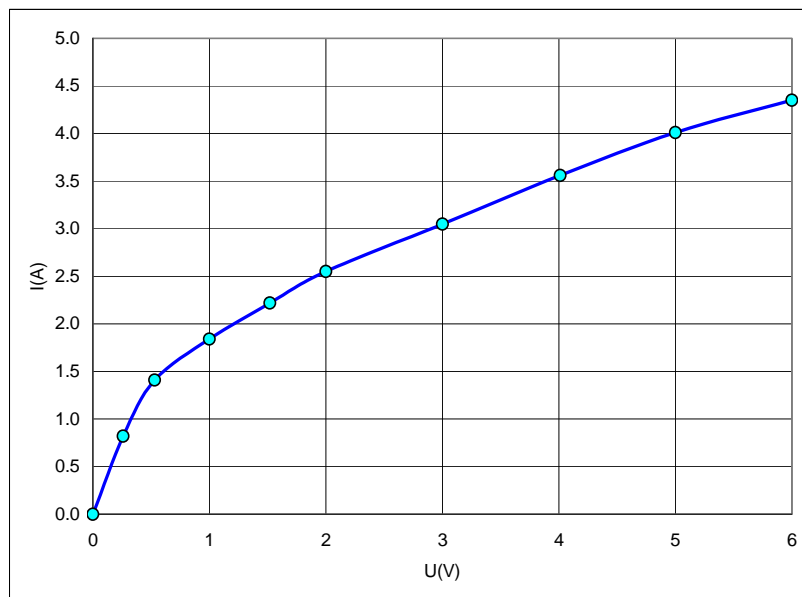


etuvastuskytkentä



potentiometrikytkentä

b) $I = I(U)$ kuvaaja:



Kun hehkulanka lämpenee virran kasvaessa, sen resistanssi kasvaa lämpötilan noustessa. Metallilangan resistanssi on $R=U/I$. Virran kasvu jännitteen funktiona hidastuu, ja lampun läpi kulkeva virta kasvaa epälineaarisesti.

4. Johtimena käytetään teräslankaa, jonka halkaisija on 3,0 mm ja joka on päällystetty 150 μm :n paksuisella kuparikerroksella. Kuinka suuri jännitehäviö on 420 m:n pituisessa johtimessa, jossa kulkee 3,5 A:n tasavirta? Teräksen resistiivisyys on $18,4 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$ ja kuparin $1,68 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$. (Yo s 02)

Ratkaisu:

Määritellään

$$d_t = \text{teräsjohtimen halkaisija} = 3,0 \text{ mm}$$

$$s = \text{kuparikuoren paksuus} = 150 \mu\text{m}$$

$$l = \text{johtimen pituus} = 420 \text{ m}$$

$$\rho_t = \text{teräksen resistiivisyys} = 18,4 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$$

$$\rho_k = \text{kuparin resistiivisyys} = 1,68 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$$

$$I = \text{johtimen virta} = 3,5 \text{ A}$$

Oletetaan, että jännite jakautuu tasaisesti pitkin johdinta molemmissa aineissa. Johtimet toimivat silloin kuten rinnan kytketyt vastukset. Teräsjohtimen resistanssi on

$$R = R_t = \frac{\rho_t l}{\pi \left(\frac{d_t}{2} \right)^2} = \frac{1,68 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m} \cdot 420 \text{ m}}{\pi (0,0015 \text{ m})^2} = 10,93 \Omega$$

ja kuparijohtimen resistanssi

$$R_k = \frac{\rho_k l}{\pi \left(\frac{d_t}{2} + s \right)^2 - \pi \left(\frac{d_t}{2} \right)^2} = \frac{\rho_k l}{\pi (s(s + d_t))} = \frac{1,68 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m} \cdot 420 \text{ m}}{\pi (1,5 \cdot 10^{-4} \cdot 3,15 \cdot 10^{-3})} = 4,753 \Omega$$

Koko johtimelle pätee

$$\frac{R_t R_k}{R_t + R_k} = \frac{10,93 \Omega \cdot 4,753 \Omega}{15,68 \Omega} = 3,313 \Omega$$

Jännite on

$$U = IR = 3,5 \text{ A} \cdot 3,313 \Omega = 11,59 \text{ V} \approx 12 \text{ V}$$

Tehtävä voidaan myös ratkaista ilman välituloksia, koska erillisiä resistansseja ei kysytä. Ensinnäkin saadaan

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_t} + \frac{1}{R_k} = \frac{\pi \left(\frac{d_t}{2}\right)^2}{\rho_t l} + \frac{\pi(s(d_t + s))}{\rho_k l} = \frac{\pi \left(\frac{d_t^2}{4\rho_t} + \frac{s(d_t + s)}{\rho_k}\right)}{l}$$

Resistanssi on

$$R = \frac{l}{\pi \left(\frac{d_t^2}{4\rho_t} + \frac{s(d_t + s)}{\rho_k}\right)}$$

ja jännite

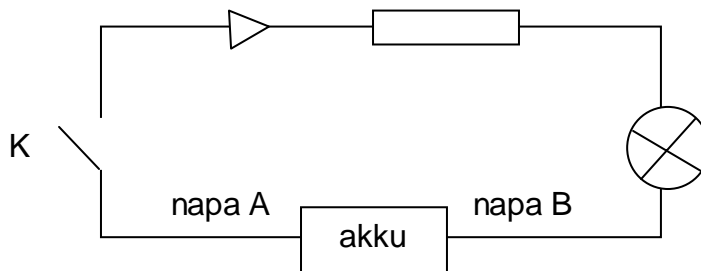
$$U = IR = \frac{Il}{\pi \left(\frac{d_t^2}{4\rho_t} + \frac{s(d_t + s)}{\rho_k}\right)}$$

Tästä saadaan sijoittamalla numeeriset arvot äskeinen tulos.

5. Käytettävissäsi on 4,5 V:n paristolla toimiva taskulamppu, elektroniikan komponentteja (vastuksia, kondensaattoreita, diodeja, transistoreita), kuparilankaa ja kompassi. Olet saanut 6 voltin akun, josta ei selviä, kumpi napa on positiivinen. Esitä kaksi menetelmää, joilla saat selville akun napaisuuden. (Yo s 98)

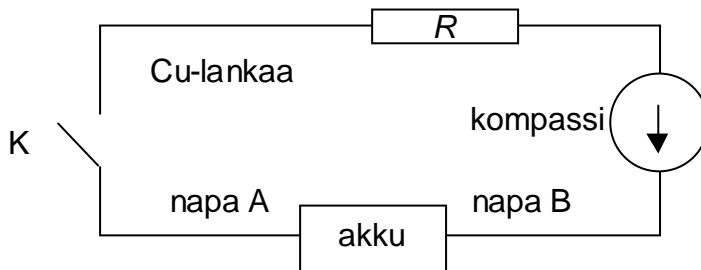
Ratkaisu:

1) Diodin ja lampun avulla: Kytetään sarjaan diodi, pieniresistanssinen vastus, akku ja taskulampun polttimo oheisen kytkentäkaavion mukaan. Suljetaan virtapiiri. Jos lamppu syttyy, akun napa A on positiivinen ja napa B negatiivinen, koska silloin virta kulkee diodin päästösuuntaan. Jos lamppu ei syty, napa B on positiivinen ja napa A negatiivinen.



2) Kompassin avulla: Kytetään akku ja vastus sarjaan kuparilangan avulla oheisen kytkentäkaavion mukaisesti. Virtapiiri on aluksi avoin. Asetetaan kompassineula kuparilangan päälle niin, että se on langan suuntainen. Suljetaan virtapiiri.

Kompassineula kääntyy virran suuntaan nähden oikealle. Jos napa A on positiivinen ja napa B negatiivinen, virta kulkee piirissä kuvassa myötäpäivään. Silloin kompassineula kääntyy kohti virtasilmukan sisäosaa. Jos napa B on positiivinen ja napa A negatiivinen, virta kulkee silmukassa vastapäivään, jolloin virran synnyttämä magneettikenttä kääntää kompassineulaa silmukasta ulospäin.



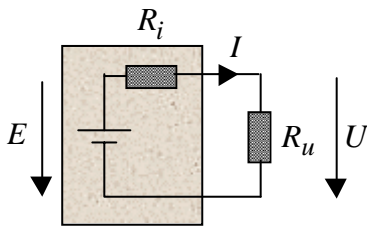
6. Lukion fysiikan tunnilla tutkittiin pariston toimintaa kytkemällä napojen väliin erikokoisia vastuksia ja mittaamalla virta sekä napajännite. Tulokset olivat seuraavat:

$U(\text{V})$	4,16	4,38	4,56
$I(\text{A})$	0,413	0,221	0,111

- Määritä ulkoisen resistanssin arvo kussakin tapauksessa.
- Arvioi sopivan kuvaajan avulla tuloksista pariston lähdejännite ja sisäinen resistanssi.
- Arvioi pariston antama suurin mahdollinen virta. (HY, JY, TY, OY fysiikan valintakoe 01)

Ratkaisu:

Piirretään kytkentä:



Määritellään:

E = lähdejännite

U = napajännite

R_i = sisäinen resistanssi

R_u = ulkoinen resistanssi

I = virta

I_{max} = suurin pariston antama virta

- Napajännite on $U = IR_u$.

Ulkoisen resistanssi on

$$R_u = \frac{U}{I}$$

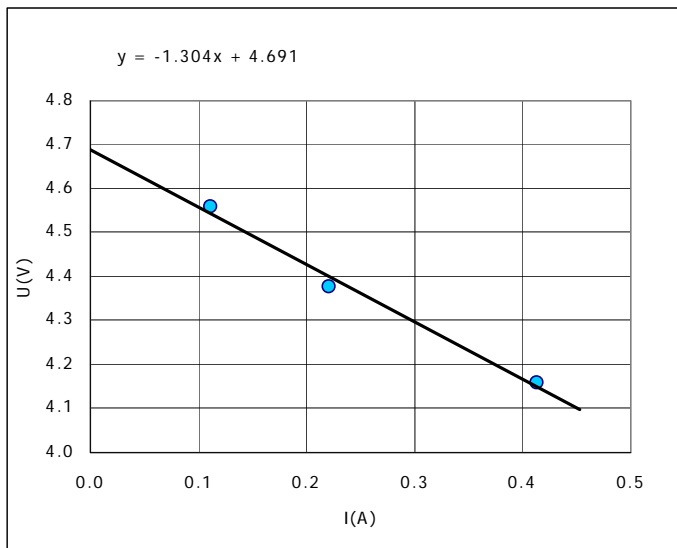
Eri tapauksissa saadaan seuraavat resistanssin arvot:

$U(\text{V})$	4,16	4,38	4,56
$I(\text{A})$	0,413	0,221	0,111
$R(\Omega)$	10,1	19,8	41,1

b) Lähdejännite on $E = I(R_i + R_u) = IR_i + U$.

Napajännite voidaan kirjoittaa muotoon $U = -IR_i + E$.

Piirretään napajännite virran funktiona. Kuvaaja on suora, jonka fysikaalinen kulmakerroin on $= R_i$. Suora leikkaa U -akselin pisteessä $U(0) = E$.



Sovitussuora on tehty pienimmän neliösumman menetelmän mukaan, mutta arvostelussa on tarkoitus piirtää suora silmämääräisesti. Kuviin on myös kirjoitettu sovitussuoran yhtälö. (U, I) - yhtälö on $U = 4,69\text{V} - 1,30\Omega \cdot I(\text{A})$.

Tästä saadaan $E = 4,69 \text{ V}$, $R_i = 1,30\Omega$.

c) Pariston antama virta on

$$I = \frac{E}{R_i + R_u}$$

Suurin virta saadaan, kun ulkoinen resistanssi on 0 eli pariston navat oikosuljetaan. Silloin pätee

$$I_{\max} = \frac{E}{R_i}$$

$$= 3,60 \text{ A}$$

Vastauksissa on hyväksyttävä näistä arvoista poikkeavia tuloksia, koska tarkoitus on ratkaista tehtävä silmämääräisesti piirretyn kuvaajan avulla.

7. Arvioi, kuinka suuren tehon a) ihminen b) taskulampun paristo c) auton moottori pystyy kehittämään massansa kilogramma kohti. Mistä erot johtuvat?

Ratkaisu:

a) Ihmisen teho on suurimmillaan noin 200 W. Teho kg:aa kohti on noin $200 \text{ W} / 70 \text{ kg} \approx 3 \text{ W} / \text{kg}$, Teho voi hetkellisesti nousta suuremmaksi. Esimerkiksi painonnostaja vetää 100 kg painavan tangon rinnalle noin 1,5 sekunnissa. Työ on suurin piirtein $1000 \text{ N} \cdot 1,5 \text{ m} \approx 1500 \text{ J}$. Tämä vastaa tehoa

$$P = \frac{1500 \text{ J}}{1,5 \text{ s}} \approx 1000 \text{ W}$$

ja kg:aa kohti noin 15 W/kg.

b) Taskulampun paristo painaa 30 – 100 g riippuen tyypistä, ja siitä voidaan ottaa jatkuva teho 5 W. Tämä vastaa tehoa kg:aa kohti, joka on noin 50 – 150 W/kg.

c) Auton moottori, joka painaa 200 kg, kehittää noin 100 kW:n tehon. Tämä vastaa noin 500 W/kg. Viritettynä moottori voi kehittää jopa 2000 kW, vastaten 10 kW/kg.

Luku 2

8. Maan ilmakehän alaosissa on positiivisia ja negatiivisia ioneja, joita syntyy maaperän radioaktiivisten alkuaineiden ja kosmisen säteilyn tuottamina. Eräessä osassa ilmakehää sähkökentän voimakkuus oli 125 V/m ja suunta suoraan alaspäin. Ilmakehässä oli tällä alueella yksiarvoisten positiivisten ionien konsentraatio $650 \cdot 10^6 \text{ m}^{-3}$ ja yksiarvoisten negatiivisten ionien konsentraatio $550 \cdot 10^6 \text{ m}^{-3}$. Ilman johtavuudeksi mitattiin $2,75 \cdot 10^{-14} (\Omega \text{ m})^{-1}$. Määritä a) nopeus, jolla ionit liikkuvat sähkökentässä, b) virrantiheys.

Ratkaisu:

Määritellään tarvittavat suureet:

E = sähkökentän voimakkuus

n_+ = positiivisten ionien konsentraatio

n_- = negatiivisten ionien konsentraatio

σ = ilman johtavuus

v = ionien nopeus

j = virrantiheys

Positiiviset ionit liikkuvat kentän suuntaan ja negatiiviset ionit vastakkaiseen suuntaan. Oletetaan, että ne liikkuvat samalla nopeudella. Virrantiheys on silloin $j = ve(n_+ - n_-)$.

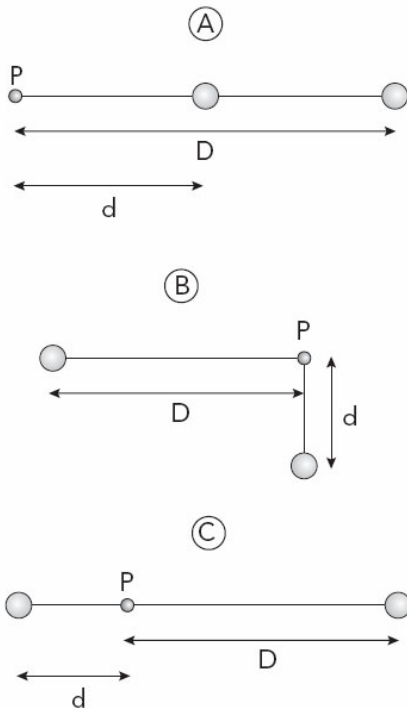
Toisaalta virrantiheyden ja kenttävoimakkuuden välillä vallitsee relaatio $j = \sigma E$.

Tästä ratkaistaan ensin ionien nopeus:

$$ve(n_+ - n_-) = \sigma E \Rightarrow v = \frac{\sigma E}{e(n_+ - n_-)} = 0,215 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Virrantiheys on $j = \sigma E = 3,44 \text{ pA}$.

9. Kuvassa on kaksi protonia asetettuna kolmella eri tavalla toisiinsa nähden. Pistevarauksen potentiaali on verrannollinen varaukseen ja kääntäen verrannollinen etäisyyteen pistevarauksesta. Mikä on potentiaalien suuruusjärjestys pisteessä P eri tapauksissa A, B ja C?



Ratkaisu:

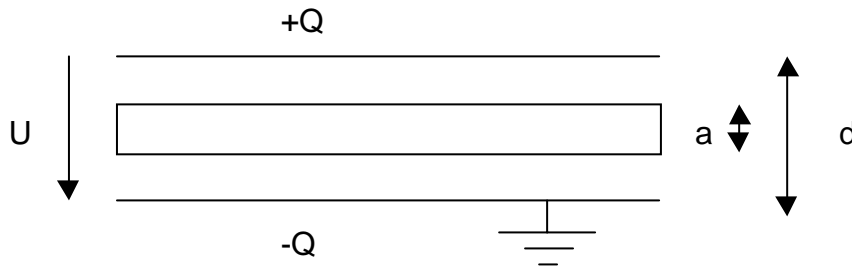
Potentiaali pisteessä P on protonien kenttien potentiaalien summa, joten se on kaikissa tapauksissa

$$V_P = k \frac{e}{d} + k \frac{e}{2d} = \frac{3ke}{2d}$$

Potentiaali on siis sama kaikissa tapauksissa.

10. Kondensaattorilevyjen varaus on Q , ja niiden välille on kytketty jännite U . Negatiivinen levy on maadoitettu. Levyjen välimatka on d . Levyjen väliin keskelle työnnetään a) johdelevy, jonka paksuus on a , b) eristelevy, jonka paksuus on a , ja eristeaineen suhteellinen permittiivisyys ε_r . Miten kondensaattorilevyjen välinen sähkökenttä ja potentiaali muuttuvat ja miksi?

Ratkaisu:



a) Kun kondensaattori on tyhjä, kenttä on

$$E_0 = \frac{U}{d} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{A\varepsilon_0}$$

Potentiaali laskee tasaisesti arvosta U arvoon 0 maadoitetun levyn kohdalla. Kun levyjen väliin työnnetään johdelevy, siihen indusoituu varauksia, joiden synnyttämä kenttä tarkalleen kumoaa ulkoisen kentän levyjen välissä. Oletetaan, että levyt kytketään irti jännitelähteestä, jolloin varaus pysyy samana. Johdelevyn paksuuden pituisella matkalla levyjen synnyttämän kentän potentiaaliero on

$$V_a = E_0 a = U \frac{a}{d}$$

Johdelevyn varaukset kumoavat täsmälleen tämän. Johdelevyn ulkopuolella indusoidut varaukset eivät synnytä kenttää ja levyjen synnyttämä kenttä pysyy samana. Jännite levyjen välillä on

$$V = E_0(d - a) = U \frac{d - a}{d} = U \left(1 - \frac{a}{d}\right)$$

b) Merkitään E_1 = kenttä ilmassa, E_2 = kenttä eristelevyssä

$$E_2 = \frac{E_1}{\varepsilon_r}$$

Levyjen välinen jännite on

$$E_1(d - a) + \frac{E_1}{\varepsilon_r} a = U_t$$

Kenttä ilma-araossa ei muutu, koska eristekappaleen kenttä on nolla sen ulkopuolella. Siksi pätee

$$E_1 = E_0$$

$$U_1 = E_0(d - a)$$

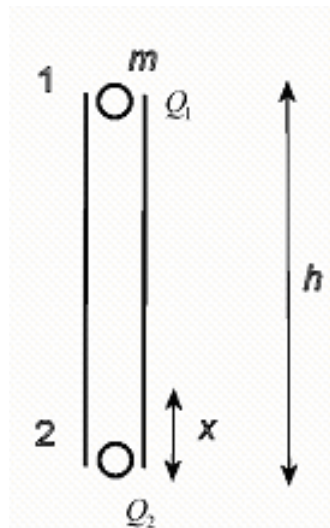
Koko jännite on

$$U_1 = E_0(d - a) + \frac{E_0}{\epsilon_r} a = E_0 d \left(1 - \left(1 - \frac{a}{d} \right) \right) = U_0 \left(1 - \left(1 - \frac{a}{d} \right) \right)$$

11. Pienen varatun pallon varaus on +20 nC ja massa 0,35 g. Pallo putoaa kitkattomasti kapeassa eristeputkessa 20 cm:n korkeudelta kohti putken pohjalla olevaa varattua palloa. Eristeputkessa on tyhjiö ja pohjalla olevan pallon varaus on +50 nC. Kuinka lähellä pallot käyvät toisiaan? Mikä on syntyneen värähdysliikkeen tasapainoasema? (Yo s 06)

Ratkaisu:

$$\begin{aligned} m &= 0,35 \text{ g} \\ Q_1 &= +20 \text{ nC} \\ Q_2 &= +50 \text{ nC} \\ h &= 0,20 \text{ m} \end{aligned}$$



Putkessa on tyhjiö ja putki on kitkaton, joten energia säilyy. Merkitään

E_g = painovoimakentän potentiaalienergia

E_s = sähköinen potentiaalienergia

Oletetaan, että pallo putoaa levosta. Silloin pätee alemmassa lepopisteessä

$$E_g(x) + E_s(x) = E_g(h) + E_s(h)$$

$$mgx + \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 x} = mgh + \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 h}$$

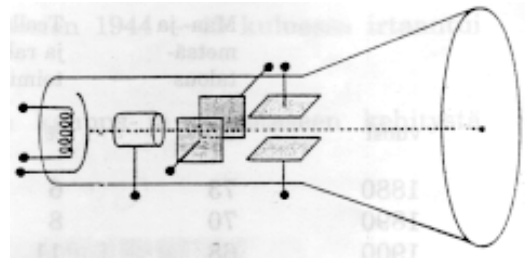
Koska suure $h-x$ eroaa nolasta, se voidaan supistaa pois:

$$mg(h-x) = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{h} \right) = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{h-x}{hx} \right)$$

$$mg = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{hx} \right) \Rightarrow x = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 mgh} = \frac{8,99 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot 20 \cdot 10^{-9} \text{C} \cdot 50 \cdot 10^{-9} \text{C}}{0,35 \cdot 10^{-3} \text{kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,20 \text{m}} = 13 \cdot 10^{-3} \text{m} \approx 13 \text{mm}$$

12. Oheinen kuva esittää kaavamaisesti oskilloskoopin kuvaputkea.

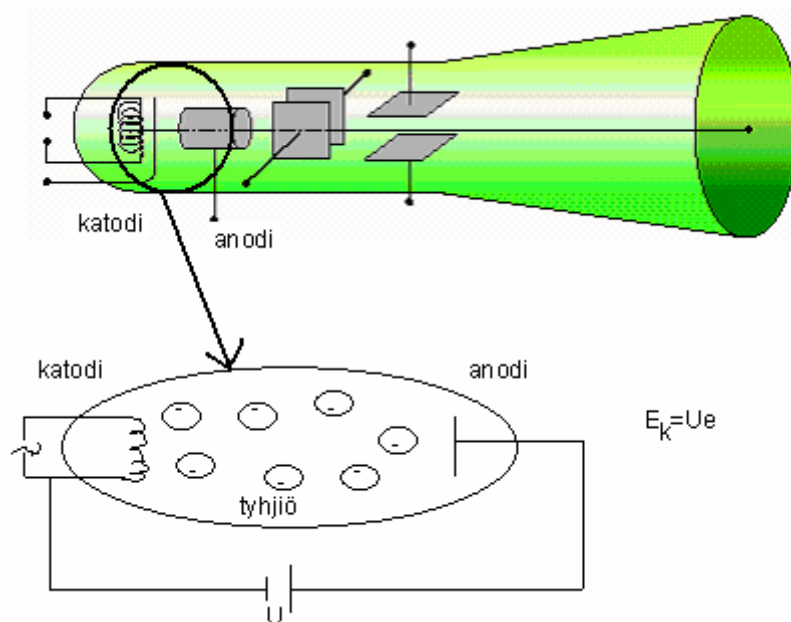
- Selosta kuvan avulla putken toiminta.
- Selosta, mihin perustuu vaihtojännitteen mittaaminen oskilloskoopilla. (Yo k 95)



Ratkaisu:

a) Toiminnan kannalta oleellisia ovat elektronitykki, poikkeuslevyt ja loisteaineella katettu kuvapinta.

Oskilloskooppi on katodisädeputki, jossa vaakapoikkeuslevyille voidaan kytkeä pyyhkäisyjännite (kippijännite). Tämän johdosta x -akselista tulee aika-akseli.



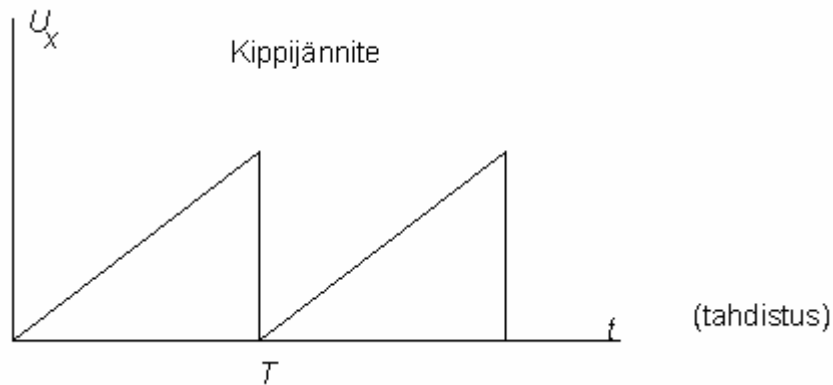
Elektroneja irrotetaan kiihdytysputken negatiivisena kohtiona eli katodina olevasta hehkulangasta kuumentamalla sitä sähkövirralla. Elektronit kiihdytetään katodin ja positiivisen kohtion eli anodin välisellä jännitteellä. Putkessa on tyhjiö. Elektronit saavat siinä kiihdytysjännitteen U ilmaiseman liike-energian $E_k = eU$.

Kuvaputkessa elektroni pääsee anodin ohi tilaan, jossa sitä ohjataan vaaka- ja pystysuuntaisilla sähkökentillä. Osumakohta nähdään valopisteenä putken takaseinämän fluoresoivalla kalvolla.

Elektronisuihku muuttaa herkästi suuntaansa ohjauskenttien vaihteluiden mukaan, ja valopisteet ilmaisevat nopeasti ja tarkasti ohjauskenttään syötetyt signaalit. Oskilloskoopissa mitattava tai vastaanotettava signaali muutetaan kenttää

muuntelevaksi virraksi, jolloin kentän läpi kulkevan elektronisuihkun poikkeaminen kuvaputkella ilmaisee signaalin.

b) Vaakapoikkeutuslevyille eli x -levyille voidaan kytkeä oskilloskoopin pulssipiirin tuottama pyyhkäisyjännite eli kippijännite, jonka jaksonaikaa voidaan säätää. Tämän johdosta x -akselista tulee aika-akseli. Elektronisuihku siirtyy kuvapinnan yli valitussa ajassa T .

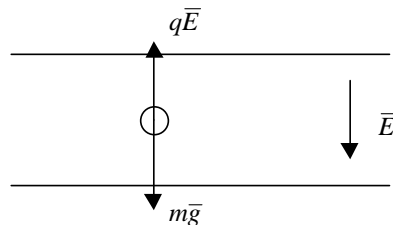


Mitattava vaihtojännite kytketään oskilloskoopin y -levyille. Sopivalla pyyhkäisyajalla ja herkkyydellä kuvapinnalle saadaan tutkittava vaihtojännite ajan funktiona. Tahdistuksen avulla pyyhkäisy saadaan alkamaan aina samassa jännitteen vaiheessa, jolloin kuvaaja saadaan pysyväksi.

13. Kahden vaakasuoran metallilevyn välinen jännite on 16 kV. Positiivinen levy on negatiivisen levyn yläpuolella. Levyn etäisyys on 1,2 cm. Öljypisara, jonka massa on $2,2 \cdot 10^{-13}$ kg, on levossa metallilevyjen välisessä sähkökentässä. a) Piirrä kuvio, josta ilmenevät öljypisaraan vaikuttavat voimat. b) Määritä öljypisaran varaus.

Ratkaisu:

a)



b) Tasapainossa pätee

$$m\bar{g} + q\bar{E} = 0$$

Skalaarimuodossa (valitaan positiivinen suunta alaspäin):

$$mg + qE = 0$$

Tästä ratkaistaan

$$q = -\frac{mg}{E} = -\frac{mgd}{U} = -\frac{2,2 \cdot 10^{-13} \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,012 \text{ m}}{1,6 \cdot 10^4 \text{ V}} = -1,62 \cdot 10^{-18} \text{ C} \approx -10 e$$

14. Elektronisuihku tulee vaakasuoralla nopeudella $8,0 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ homogeeniseen sähkökenttään, joka on kahden vaakasuoran metallilevyn välissä. Levyjen pituus on 5,0 cm ja niiden välimatka on 3,0 cm. Levyjen välillä on jännite 60 V. a) Mikä on elektronien nopeus niiden tullessa ulos kentästä? b) Kuinka suuren poikkeaman kenttä aiheuttaa elektronisuihkulle?

Ratkaisu:

a) Vaakasuorassa suunnassa elektronit ovat tasaisessa liikkeessä. Pystysuorassa suunnassa niillä on kentän suunnalle vastakkainen kiihtyvyys:

$$\frac{eU}{d} = m_e a \Rightarrow a = \frac{eU}{dm_e}$$

Nopeus on pystysuunnassa siis tasaisesti kiihtyvää. Elektroni kulkee kentässä vaakasuunnassa matkan

$$l = v_x t = v_0 t \Rightarrow t = \frac{l}{v_0}$$

Sinä aikana se saa pystysuunnassa nopeuden

$$v_y = at = \frac{eU}{dm_e} \cdot \frac{l}{v_0} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 60 \text{ V} \cdot 0,05 \text{ m}}{0,03 \text{ m} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 8,0 \cdot 10^6 \text{ m/s}} \approx 2,2 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Elektronin nopeus kentästä ulos tultaessa on

$$v_y = at = \frac{eU}{dm_e} \cdot \frac{l}{v_0} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 60 \text{ V} \cdot 0,05 \text{ m}}{0,03 \text{ m} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 8,0 \cdot 10^6 \text{ m/s}} \approx 2,2 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Suunta poikkeaa vaakasuunnasta positiivisen levyn suuntaan kulman

b) Poikkeama pystysuunnassa on

$$\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{2,20}{8,0} = 0,268 \Rightarrow \alpha \approx 15,4^\circ$$

$$y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{eU}{m_e d} \right) \cdot \left(\frac{l}{v_0} \right)^2 = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 60 \text{ V} \cdot 0,05^2 \text{ m}^2}{2 \cdot 0,03 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 8,0^2 \cdot 10^{12} \text{ m}^2/\text{s}^2} \approx 6,9 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

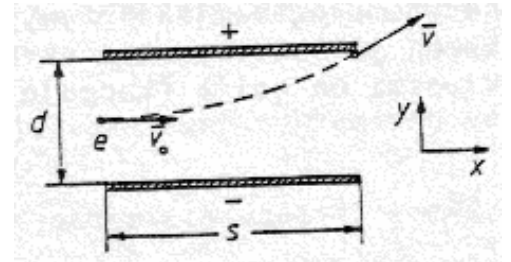
15. a) Oppitunnilla tutkittiin elektronien liikettä katodisädeputkessa, jonka vaakasuorien poikkeutuslevyjen välimatka oli 5,0 cm ja pituus 9,0 cm. Elektronisuihku saapuu vaakasuorassa suunnassa vaakasuorien levyjen väliin kohtisuorasti keskelle. Kuinka suuren nopeuden elektronit saivat putkessa, kun kiihdytysjännitteen suuruus oli 3,0 kV?
b) Levyjen välille kytketään jännite. Kuinka suuri jännite levyjen välillä tarvitaan, jotta elektronisuihku ei osu vaakasuoraan levyyn?

katodisädeputkessa, jonka vaakasuorien poikkeutuslevyjen välimatka oli 5,0 cm ja pituus 9,0 cm. Elektronisuihku saapuu vaakasuorassa suunnassa vaakasuorien levyjen väliin kohtisuorasti keskelle. Kuinka suuren nopeuden elektronit saivat putkessa, kun kiihdytysjännitteen suuruus oli 3,0 kV?

b) Levyjen välille kytketään jännite. Kuinka suuri jännite levyjen välillä voi korkeintaan olla, jotta elektronisuihku ei osu vaakasuoraan levyyn?

Ratkaisu:

Levyjen välissä on pystysuora homogeeninen sähkökenttä. Elektronin kohdistuu siis vakiovoima, joka saattaa elektronin tasaisesti kiihtyvään liikkeeseen pystysuunnassa kohti ylälevyä. Vaakasuunnassa elektroni liikkuu vakionopeudella, koska siihen ei kohdistu mitään voimaa. Elektronin nopeus sen saapuessa levyjen väliin saadaan Schusterin kaavasta



$$eU = \frac{1}{2}mv^2$$

Tästä ratkaistaan elektronin nopeus

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 3,0 \cdot 10^3 \text{ V}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 32,5 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 33 \frac{\text{Mm}}{\text{s}}$$

Elektronin paikka vaakasuunnassa ajan hetkellä t on $x = vt$ ja pystysuunnassa

$$y = \frac{1}{2}at^2$$

a on elektronin kiihtyvyys ja y on levyjen välimatkan puolikas

$$y = \frac{d}{2}$$

Kiihtyvyydeksi saadaan

$$a = \frac{2y}{t^2}$$

Elektroni voi kulkea levyjen välissä ajan

$$t = \frac{x}{v}$$

Sähkökenttä kohdistaa elektroniin voiman

$$F = -eE = -\frac{eU}{d}$$

Elektronin kiihtyvyys on

$F = -eE$ on sähkökentän elektroniin kohdistama voima. Näin saadaan

$$a = \frac{F}{m}$$

$$-\frac{eU}{d} = ma = m \frac{2y}{t^2}$$

$$U = -\frac{md^2}{\left(\frac{x}{v}\right)^2 e} = -\frac{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (0,05 \text{ m})^2}{\left(\frac{0,09 \text{ m}}{32,48 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}\right)^2 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = -1852 \text{ V} \approx -1,9 \text{ kV}$$

Negatiivinen etumerkki osoittaa, että jännite on suunnattu ylhäältä alaspäin. Tällaisissa laskuissa on tärkeä ottaa huomioon varauksen etumerkki!

16. Helsingin yliopiston kiihdytinlaboratorion sähköstaattisessa tandem-van de Graaff kiihdyttimessä ioneja kiihdytetään kahdessa vaiheessa. Eräässä kokeessa pii-ioneja ^{28}Si kiihdytettiin ensin 4,80 MV jännitteellä, jonka jälkeen elektroneista ”riisuttuna” $^{28}\text{Si}^{5+}$ -ioneina samalla jännitteellä. 4,80 MV. Kuinka suuren nopeuden ionit saavat kaikkiaan kiihdytyksessä?

Ratkaisu:

Sähkökentän tekemä työ on yhtä suuri kuin elektronin liike-energian lisäys. oletetaan, että ioni lähtee levosta. Tällöin ionin varaus ensimmäisen kiihdytyksen aikana on $-e$ ja toisen aikana $+5e$. Tällöin voidaan ajatella, että varaus $Q = 6e$ kiihdytetään jännitteellä 4,8 MV. Piiatomin massa on 28 u.

$$QU = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2QU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 4,8 \cdot 10^6 \text{ V}}{28 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} = 14,1 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 14 \frac{\text{Mm}}{\text{s}}$$

17. Neljä samanlaista varausta sijaitsee neliön nurkissa. Viides varaus sijoitetaan neliön keskinormaalille. Missä kohtaa keskinormaalilla se on tasapainossa? Onko tämä tasapainoasema stabiili? Yritä johtaa vastaus puhtaasti päättelystä, ilman laskuja.

Ratkaisu:

Symmetriasta voidaan päätellä, että tasapainoaseman täytyy olla neliön tasossa, koska muuten niitä pitäisi olla useampia. Tasapainoasema on labiili, koska varausten synnyttämien voimien resultantti aina on suunnattu pois päin tasosta jos varaus ei sijaitse tarkalleen tasossa.

Luku 3

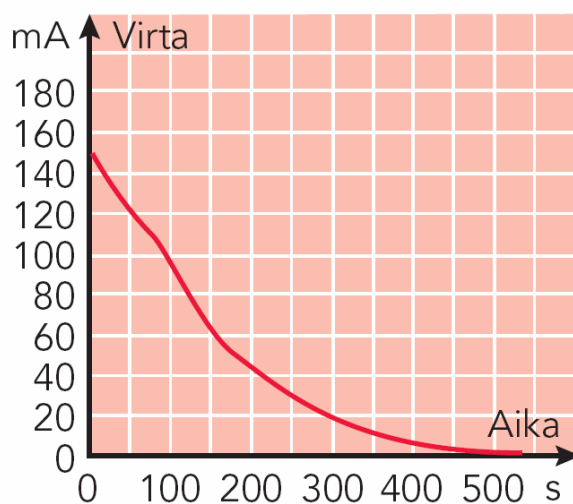
18. a) Miksi suurjännitelaitteissa yleensä pyritään välttämään teräviä särmiä ja kärkiä?
 b) Miten ja minkä ilmiön vuoksi ilmaeristeisen kondensaattorin levyjen väliin asetettu eristekappale muuttaa kondensaattorin kapasitanssia? (Yo s 91)

Ratkaisu:

a) Kärjen kohdalla sähkökentän voimakkuus kasvaa, jolloin helpommin syntyy haitallisia läpilyöntejä sekä kipinöintiä.
 b) Eriste polarisoituu siten, että positiivinen varaus siirtyy kentän suuntaan ja negatiivinen vastakkaiseen suuntaan. Polarisaatiovarauksen synnyttämä kenttä on vastakkaisuunteine alkuperäiselle kentälle ja pienentää sitä.

19. Komponenttiliike kauppasi ”superkondensaattoreita” joiden kapasitanssiksi oli ilmoitettu 10 F.

a) Pohdi onko komponenttiliikkeen lupaus kondensaattorin kapasitanssista luotettava.
 b) Opiskelijat määrittivät ”superkondensaattorin” kapasitanssin varaamalla kondensaattorin. Kondensaattorin varaus purettiin hehkulampun läpi ja purkausvirta mitattiin yleismittarilla 10 s välein jolloin saatiin seuraava purkausvirran kuvaaja.



Lampun resistanssiksi mitattiin $2,5 \Omega$. Mikä oli kondensaattorin kapasitanssi mittauksen perusteella?

c) Mistä luulet purkausvirran epäsäännöllisen käyttäytymisen johtuvan?

Ratkaisu:

a) Kapasitanssi vaikuttaa kovin suurelta, mutta nykyisissä kondensaattoreissa näin suuria arvoja esiintyy.

b) Kondensaattorin varaus saadaan graafisella integroinnilla

$$Q = \sum I \Delta t$$

Tästä saadaan varaukseksi noin 21 C. Kondensaattorin latausjännitteeksi saadaan

$$U = RI_{\max} = 7,5 \Omega \cdot 0,18 \text{ A} = 1,35 \text{ V}$$

Kondensaattorin kapasitanssi on

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{21 \text{ C}}{1,35 \text{ V}} = 15,6 \text{ F} \approx 16 \text{ F}$$

Kondensaattorin valmistajan lupaus pitäne paikkansa.

c) Purkauskäyrän epäsäännöllisyys aiheutuu lampun resistanssin muuttumisesta lampun kuumetessa.

20. Kondensaattorin kapasitanssin määrittämiseksi kondensaattori ladattiin. Ladatun kondensaattorin varaus purettiin $15 \text{ k}\Omega$ vastuksen kautta ja purkausvirta mitattiin yleismittarilla. Sähkövirta kirjattiin ylös tietyin aikaväleinä jolloin saatiin oheiset mittaustulokset

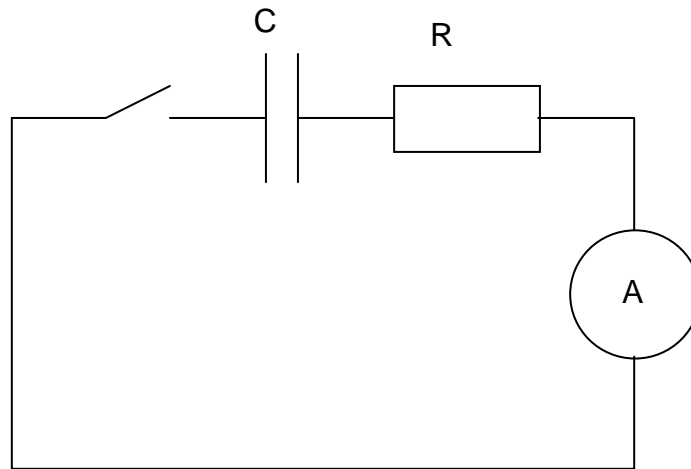
aika (s)	virta (mA)
2	0.300
10	0.230
20	0.180
30	0.140
40	0.110
50	0.080
60	0.060
70	0.050
80	0.030
90	0.020
150	0.010

a) Piirrä kytkentäkaavio purkausvirran mittaamisesta.

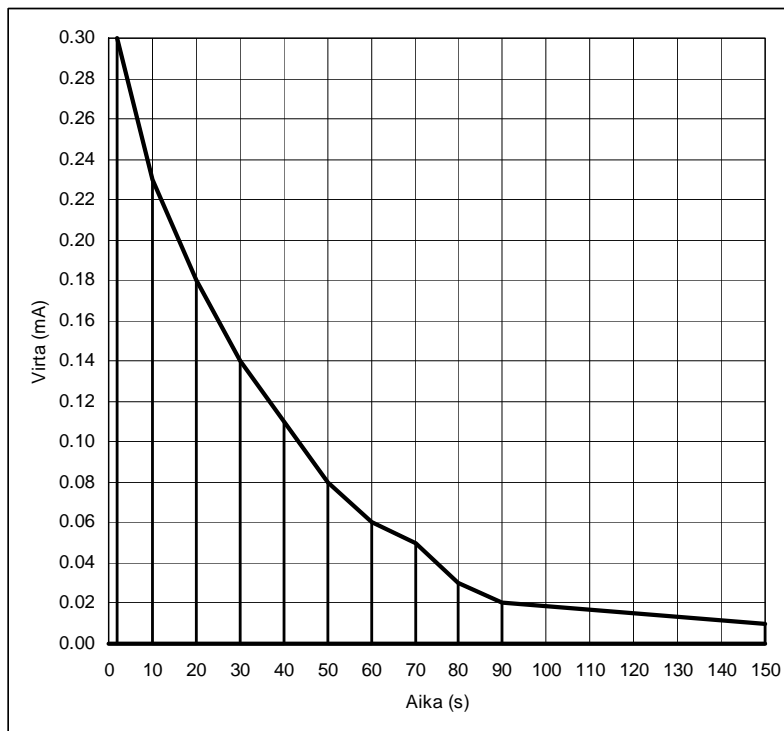
b) Määritä sopivaa graafista esitystä apuna käyttäen kondensaattorin kapasitanssi.

Ratkaisu:

a)



b) Piirretään mittaustulosten kuvaaja:



Graafisella integroinnilla saadaan

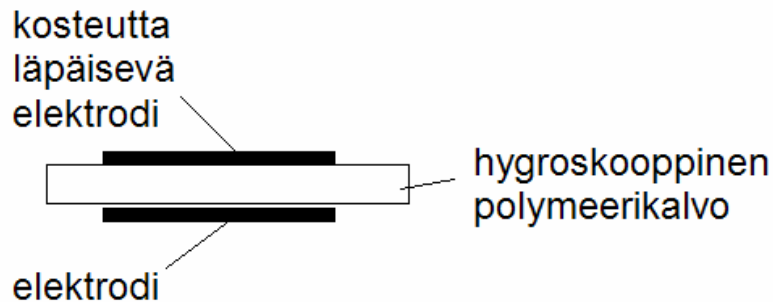
$$Q = \sum I \Delta t = 10,77 \text{ mC}$$

Purkauksen alussa oli jännite $U = RI = 15\Omega \cdot 300 \text{ mA} = 4,5 \text{ V}$.

Kapasitanssi on

$$C = \frac{Q}{U} = 2,3 \text{ mF}$$

21. a) Mistä tekijöistä riippuu levykondensaattorin kapasitanssi?
 b) Selosta oheisten kuvien esittämän säätökondensaattorin toimintaperiaate.
 c) Oheinen periaatekuvio esittää kapasitiivisen kosteusanturin rakennetta. Minkä vuoksi anturin kapasitanssi muuttuu ilman kosteuden muuttuessa? (Yo s 99)



Ratkaisu:

- a) Levykondensaattorin kapasitanssi on

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}{d}$$

missä ε_0 on sähkövakio eli tyhjiön permittiivisyys, ε_r on eristemateriaalin suhteellinen permittiivisyys, A on kondensaattorin levyjen pinta-ala ja d on levyjen välinen etäisyys. Kapasitanssi siis riippuu eristeen permittiivisyydestä sekä levyjen pinta-alasta ja välimatkasta.

b) Kun kondensaattorin navat kytketään jännitelähteen positiiviseen napaan ja negatiiviseen napaan, syntyy kondensaattorisysteemi, jossa peräkkäiset levyjen välit toimivat rinnan kytkettyinä kondensaattoreina. Ylemmät levyt kiertyvät niin, että niitä voidaan laskea pitemmälle alempien levyjen väliin, jolloin yhteinen pinta-ala kasvaa, tai nostaa ulommas, jolloin yhteinen pinta-ala pienenee. Näin kondensaattorin kapasitanssia voidaan muuttaa.

c) Kun kosteutta pääsee ylemmän elektrodin läpi eristeeseen, eristeen suhteellinen permittiivisyys muuttuu. Tällöin muuttuu myös kondensaattorin kapasitanssi.

22. Kondensaattori, jonka kapasitanssi oli $2200 \mu\text{F}$ ladattiin $4,54 \text{ V}$ jännitteellä.

- a) Kuinka suuri oli kondensaattorin varaus lataamisen jälkeen?

- b) Ladatun kondensaattorin rinnalle kytkettiin varaamaton kondensaattori, minkä jälkeen systeemin jännitteeksi mitattiin 4,12 V . Piirrä mittauksesta kytkentäkaavio. Kuinka suuri oli tämän rinnan kytketyn kondensaattorin kapasitanssi mittauksen perusteella?
- c) Kuinka suuri varaus siirtyi rinnan kytkettyyn kondensaattoriin?

Ratkaisu:

- a) Kondensaattorin varaus on $Q = CU = 2200 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot 4,54 \text{ V} = 9,99 \cdot 10^{-3} \text{ C} \approx 10 \text{ mC}$
- b) Rinnankytkennän yhteydessä varaus säilyy. Kun systeemin jännite tiedetään, kytkennän jälkeen voidaan kapasitanssi laskea:

$$C_{kok} = \frac{Q}{U_J} = \frac{9,99 \cdot 10^{-3} \text{ C}}{4,12 \text{ V}} = 2,42 \cdot 10^{-3} \text{ C}$$

Kondensaattorit ovat rinnan, jolloin tuntemattoman kondensaattorin kapasitanssiksi saadaan

$$C_{kok} = C + C_x \Rightarrow C_x = C_{kok} - C = 2,42 \cdot 10^{-3} \text{ F} - 2200 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 0,224 \cdot 10^{-3} \text{ F} \approx 0,22 \text{ mF}$$

Kapasitanssin arvo vastaa komponentin ilmoitettua arvoa.

- c) Rinnan kytketyn kondensaattorin varaus kytkennän jälkeen on

$$Q_x = C_x U_J = 0,224 \cdot 10^{-3} \text{ F} \cdot 4,12 \text{ V} = 0,924 \cdot 10^{-3} \text{ C} \approx 0,92 \text{ mC}$$

Tämä varaus siirtyi alun perin varatusta kondensaattorista.

23. Kolme kondensaattoria on kytketty sarjaan. Näiden kapasitanssit ovat 1,0 nF, 2,0 nF ja 3,0 nF, ja niillä on sama läpilyöntikestävyys 4,0 kV. Määritä kunkin kondensaattorin varaus ja jännite, kun kondensaattorisysteemin napojen välillä on kytketty jännite a) 4,4 kV, b) 11,0 kV. (HY fysiikan valintakoe 85)

Ratkaisu:

- a) Kondensaattorisysteemin kapasitanssi on

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} = \frac{1}{\frac{1}{1,0 \text{ nF}} + \frac{1}{2,0 \text{ nF}} + \frac{1}{3,0 \text{ nF}}} = \frac{6}{6+3+2} \text{ nF} = \frac{6}{11} \text{ nF}$$

Systeemin varaus on

$$Q = CU = \frac{6}{11} \text{ nF} \cdot 4,4 \text{ kV} = 2,4 \mu\text{C}$$

Tämä on samalla kunkin kondensaattorin varaus. Kondensaattorien jännitteet ovat

$$U_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{2,4 \mu\text{C}}{1,0 \text{nF}} = 2,4 \text{kV}$$

$$U_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{2,4 \mu\text{C}}{2,0 \text{nF}} = 1,2 \text{kV}$$

$$U_3 = \frac{Q}{C_3} = \frac{2,4 \mu\text{C}}{3,0 \text{nF}} = 0,8 \text{kV}$$

b) Systemin varaus on

$$Q = CU = \frac{6}{11} \text{nF} \cdot 11,0 \text{kV} = 6,0 \mu\text{C}$$

Kondensaattorien jännitteet ovat

$$U_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{24 \mu\text{C}}{11 \cdot 1,0 \text{nF}} = \frac{24}{11} \text{kV} \approx 2,2 \text{kV}$$

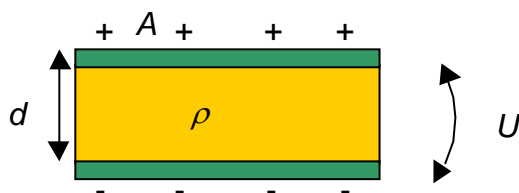
$$U_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{24 \mu\text{C}}{11 \cdot 2,0 \text{nF}} = \frac{24}{11} \text{kV} \approx 1,1 \text{kV}$$

$$U_3 = \frac{Q}{C_3} = \frac{24 \mu\text{C}}{11 \cdot 3,0 \text{nF}} = \frac{24}{11} \text{kV} \approx 0,7 \text{kV}$$

Pienimmän kondensaattorien jännite ylittää läpilyöntikestävyyden.

24. Levykondensaattori purkautuu vähitellen eristemateriaalin läpi kulkevan vuotovirran vuoksi. Kun kondensaattorien jännite on 180 V, purkautumisnopeus on 40 mV/s. Kondensaattorien kapasitanssi on 0,60 nF, levyjen pinta-ala 16 cm^2 ja välimatka 3,5 mm. Laske eristemateriaalin resistiivisyys (ominaisresistanssi). (Yo s 86)

Ratkaisu:



Kondensaattorin rakenne on kuvion mukainen.

kondensaattorin kapasitanssi $C = 0,60 \text{ nF}$

levyjen pinta-ala $A = 16 \text{ cm}^2$

levyjen välimatka $d = 3,5 \text{ mm}$

Kondensaattorin jännite on tarkasteluhetkellä $U = 180 \text{ V}$. Jännitteen muuttumisnopeus on

$$\frac{dU}{dt} = -40 \frac{\text{mV}}{\text{s}}$$

Eristekerroksen resistanssi on

$$R = \rho \frac{d}{A}$$

missä ρ on materiaalin resistiivisyys. Vuotovirta on

$$I = \frac{U}{R} = \frac{UA}{\rho d} = \left| \frac{dQ}{dt} \right| = C \left| \frac{dU}{dt} \right|$$

Tästä ratkaistaan eristeen resistiivisyys:

$$\rho = \frac{AU}{dC \left| \frac{dU}{dt} \right|} = \frac{16 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 180 \text{ V}}{3,5 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 0,60 \cdot 10^{-9} \frac{\text{As}}{\text{V}} \cdot 0,040 \frac{\text{V}}{\text{s}}} = 3,4 \cdot 10^{12} \Omega \text{m}$$

Todettakoon vielä mielenkiintoinen resistanssin ja kapasitanssin välinen yhteys:

$$RC = \frac{\rho d}{A} \frac{\epsilon A}{d} = \rho \epsilon$$

Tämä relaatio pitää paikkansa riippumatta kondensaattorilevyjen muodosta.

25. Suurjännitelaitteessa on kytketty sarjaan joukko kondensaattoreita. Kunkin maksimijännite on 800 V . Laitteen jännite on 12 kV .

a) Montako kondensaattori on kytkettävä sarjaan, jotta ne kestäisivät?

b) Varmuuden vuoksi kytketään viisi kondensaattoria lisää sarjaan. Muutamat niistä hajoavat niin, että tapahtuu oikosulku ja jännite niiden yli menee nolnaan. Montako kondensaattoria saa hajota, ennen kuin jäljelle jäävien kondensaattoreiden maksimijännite ylittyy?

Ratkaisu:

a) Kondensaattorien lukumäärä on

$$n = \frac{12 \text{ kV}}{800 \text{ V}} = 15$$

b) Kondensaattoreita kytkemisen jälkeen 17. Koska tarvittava lukumäärä on 12, niistä 5 saa hajota.

26. Kuinka suuri on maapallon kapasitanssi äärettömyyteen nähden? Maa voidaan olettaa palloksi, jonka säde on 6370 km.

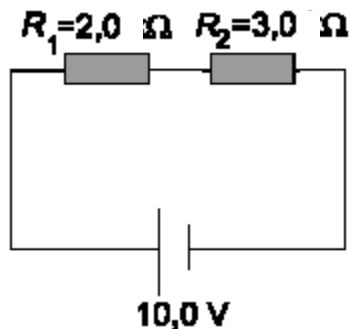
Ratkaisu:

Kapasitanssi on

$$C = 4\pi\epsilon_0 r = 4\pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2} \cdot 6,37 \cdot 10^6 \text{ m} \approx 7,09 \cdot 10^{-4} \text{ F} \approx 0,71 \text{ mF}$$

Luku 4

27. Laske virtapiirissä kulkeva virta sekä jännitehäviö vastuksessa R_2 .



Ratkaisu:

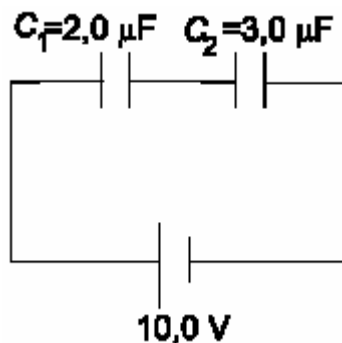
Virta on

$$I = \frac{10,0 \text{ V}}{2,0 \Omega + 3,0 \Omega} = 2,0 \text{ A}$$

Vastuksen R_2 jännite on

$$U_2 = IR_2 = 6,0 \text{ V}$$

28. Määritä kondensaattoreiden varaukset sekä kondensaattorin C_2 jännite.



Ratkaisu:

Systemin varaus on

$$Q = CU = \frac{U}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = \frac{UC_1C_2}{C_1 + C_2} = \frac{10,0\text{V} \cdot 2,0\mu\text{F} \cdot 3,0\mu\text{F}}{5,0\mu\text{F}} = 12,0\mu\text{C}$$

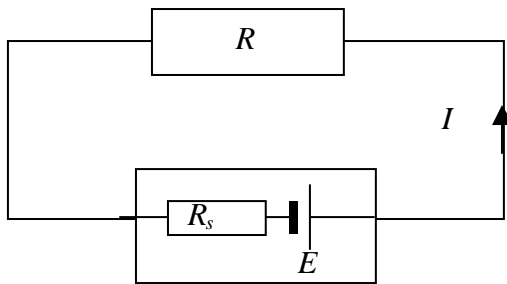
Tämä on samalla kummankin kondensaattorin varaus. Kondensaattorin C_2 jännite on

$$Q = CU_2 = \frac{Q}{C_2} = U \frac{C_1}{C_1 + C_2} = 10,0\text{V} \frac{2,0\mu\text{F}}{5,0\mu\text{F}} = 4,0\text{V}$$

29. Tasavirtalähteen napojen välille kytketään vastus. Kun vastuksen resistanssi on $20\ \Omega$, sähkövirta piirissä on $240\ \text{mA}$. Kun sen resistanssi on $80\ \Omega$, virta on $100\ \text{mA}$. Laske virtalähteen lähdejännite ja sisäinen resistanssi. (HY fysiikan valintakoe 86)

Ratkaisu:

Määritellään ensin eri tapauksen resistanssit ja virrat:



$$R_1 = 20\ \Omega, I_1 = 240\ \text{mA}$$

$$R_2 = 80\ \Omega, I_2 = 100\ \text{mA}$$

Kirchhoffin II lain mukaan jännitteiden summa suljetussa piirissä on nolla. Näin saadaan yhtälöpari

$$E - (R_1 + R_s)I_1 = 0$$

$$E - (R_2 + R_s)I_2 = 0$$

Sijoitetaan ensimmäiseen yhtälöön

$$E = (R_2 + R_s)I_2$$

Tästä saadaan

$$(R_2 + R_s)I_2 - (R_1 + R_s)I_1 = 0$$

$$R_s(I_2 - I_1) = R_2I_2 - R_1I_1$$

ja edelleen

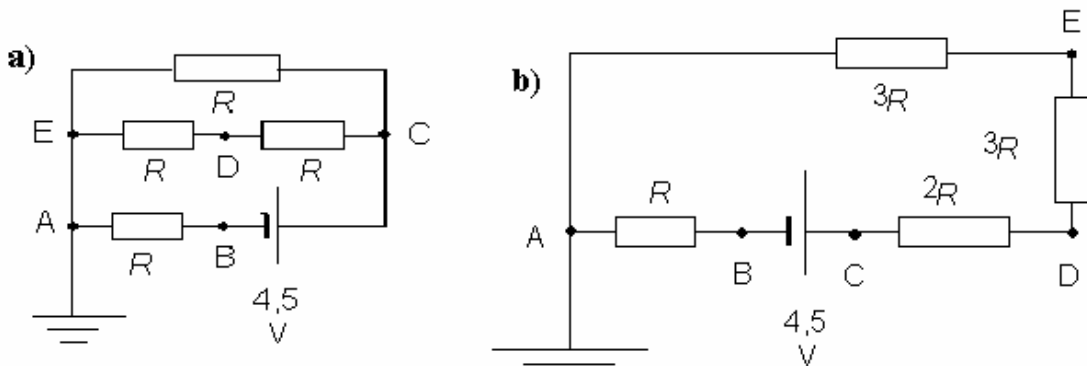
$$R_s = \frac{R_2I_2 - R_1I_1}{I_1 - I_2} = \frac{80 \Omega \cdot 0,100 \text{ A} - 20 \Omega \cdot 0,240 \text{ A}}{0,240 \text{ A} - 0,100 \text{ A}} \approx 23 \Omega$$

Lähdejännite on

$$E = (R_2 + R_s)I_2 = \left(R_2 + \frac{R_2I_2 - R_1I_1}{I_1 - I_2} \right) I_2 = \frac{(R_2 - R_1)I_1I_2}{I_1 - I_2}$$

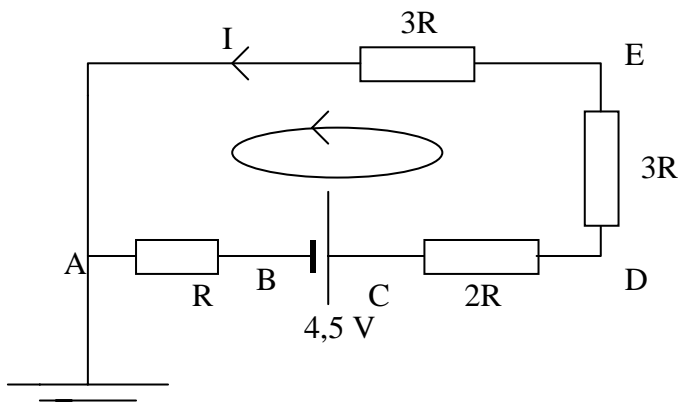
$$= \frac{(80 \Omega - 20 \Omega)0,240 \text{ A} \cdot 0,100 \text{ A}}{0,240 \text{ A} - 0,100 \text{ A}} = 10,3 \text{ V} \approx 10 \text{ V}$$

30. Piirrä kuvien a) ja b) mukaisten virtapiirien potentiaalien kuvaajat. (HY fysiikan valintakoe 1997)



Ratkaisu:

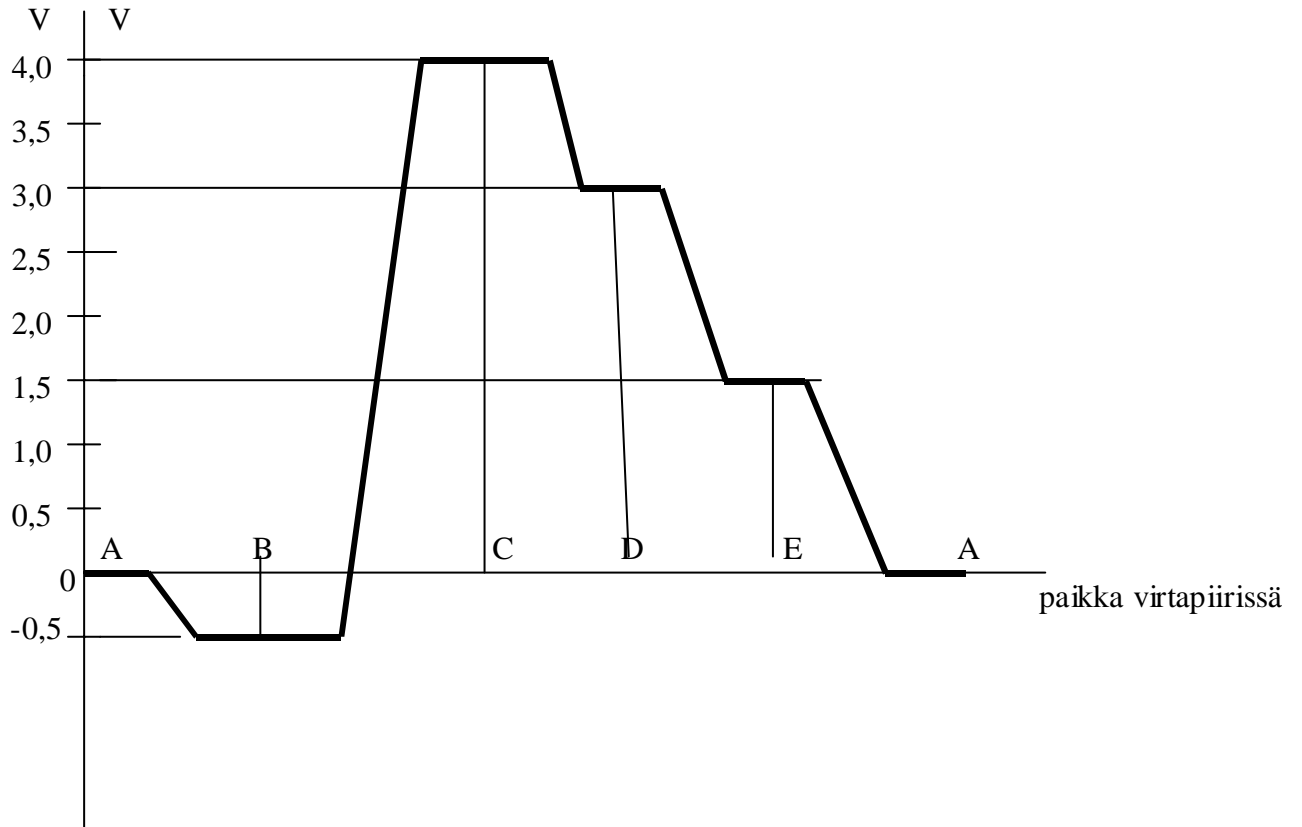
a) Piste A potentiaali on nolla, koska se on maadoitettu. Kuljettaessa suljettu kierros on potentiaaliero nolla:



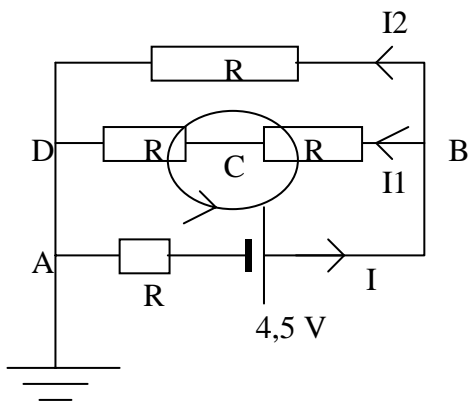
$$-RI + 4,5V - 2RI - 3RI - 3RI = 0$$

Tästä ratkaistaan vastuksen R jännite $RI = 0,5V$.

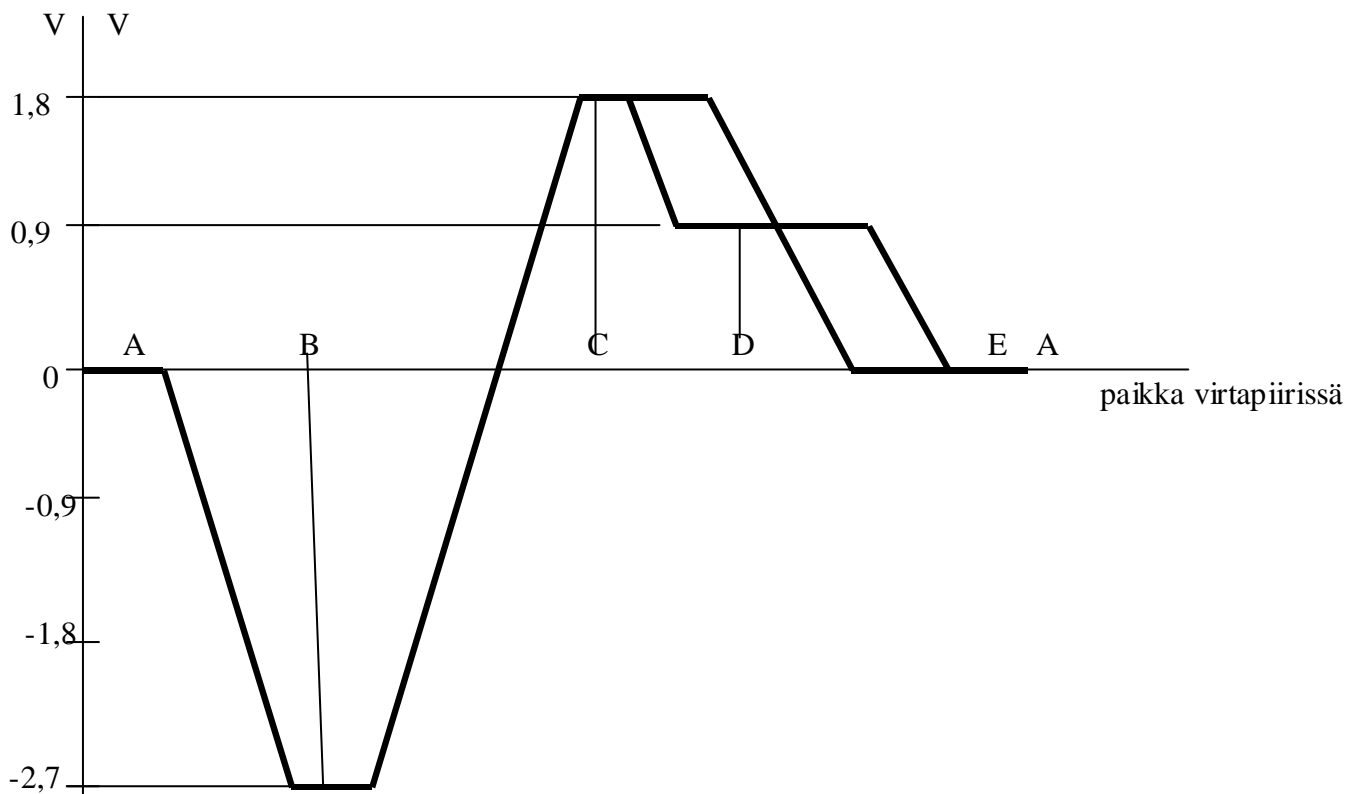
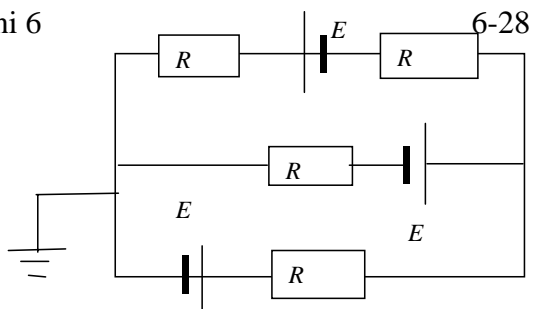
Vastusten $2R$ ja $3R$ jännitteet ovat vastaavasti 1,0 V ja 1,5 V.



b) Maadoituksesta johtuen pisteissä A ja E potentiaali on 0. Pisteiden B ja D välillä saadaan kaksi erilaista reittiä.



Fotoni 6



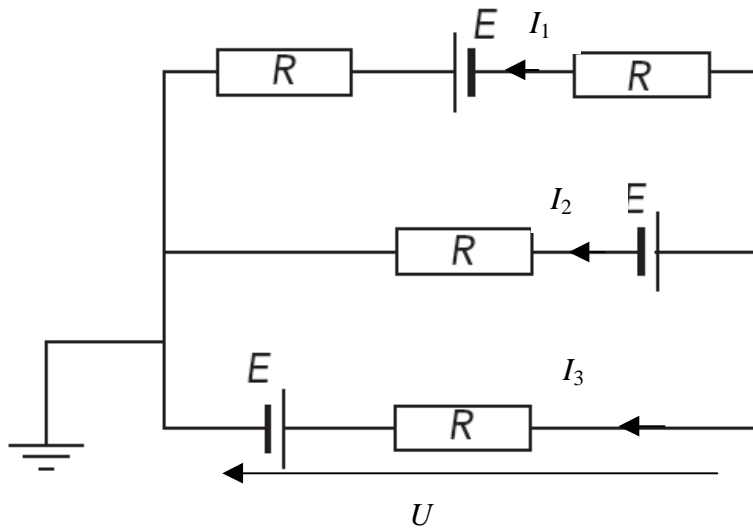
Ratkaistaan vastusten jännitteet:

$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 \\ 2RI_1 = RI_2 \\ -RI + 4,5V - RI_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = \frac{I}{3}, I_2 = \frac{2I}{3} \\ RI = 2,7V, RI_1 = 0,9V, RI_2 = 1,8V \end{cases}$$

31. a) Laske oheisen virtapiirin eri osissa kulkevat sähkövirrat. b) Laske tehontuotto ja tehonkulutus piirissä. Kaikkien lähteiden lähdejännite on 1,0 V ja kaikkien vastuksien resistanssi 1,0 Ω.

Ratkaisu:

Määritellään kuvan mukaiset suureet:



F

$$I_1 = \frac{U + E}{2R}; I_2 = \frac{U - E}{R}; I_3 = \frac{U - E}{R}$$

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0 = \frac{5U}{2} - \frac{3E}{2}; U = \frac{3}{5}E$$

Tästä ratkaistaan

$$I_1 = \frac{8E}{10R} = \frac{8V}{10\Omega} = 800 \text{ mA}; I_2 = \frac{2E}{5R} = \frac{2V}{5\Omega} = 400 \text{ mA} = I_3$$

Tehontuotto on

$$P = EI_1 + EI_2 + EI_3 = 1V \cdot 800 \text{ mA} + 1V \cdot 400 \text{ mA} + 1V \cdot 400 \text{ mA} = 1,6 \text{ W}$$

Tehonkulutus on

$$P = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 = (0,8 \text{ A})^2 2\Omega + (0,4 \text{ A})^2 1\Omega + (0,4 \text{ A})^2 1\Omega = 1,28 \text{ W} + 0,16 \text{ W} + 0,16 \text{ W} = 1,6 \text{ W}$$

32. Käytettävissä on kolme vastusta, joiden kunkin resistanssi on 580Ω ja nimellinen tehonkesto $0,25 \text{ W}$.

a) Millä eri tavoilla ne voidaan kytkeä niin, että kaikkia vastuksia käytetään ja kuinka suuri on kunkin kytkennän resistanssi?

b) Jos kytkennät liitetään 13 V jännitelähteeseen, niin mikä kytkennöistä kuormittaa jännitelähdettä eniten ja kuinka suuri teho kuluu tämän kytkennän vastuksissa yhteensä? Ylittyykö tässä kytkennässä vastuksien nimellinen tehonkesto? Jännitelähteen sisäistä vastusta ei tarvitse huomioida.

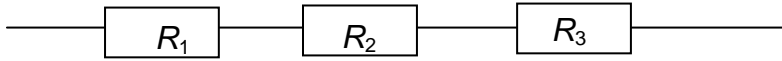
(TKK, TTKK, LTKK ja ÅA, Insinööriosastojen valintakuulustelujen fysiikan koe 00, t 3)

Ratkaisu:

a) Kytkentä voidaan suorittaa seuraavilla eri tavoilla:

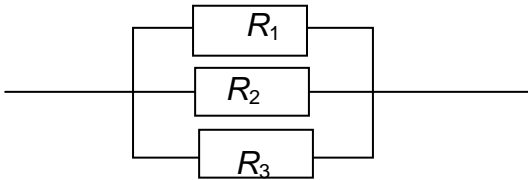
1) Vastukset sarjassa. Kytkennän resistanssi on

$$R = R_1 + R_2 + R_3 = 3 \cdot 580 \, \Omega = 1,74 \, \text{k}\Omega.$$

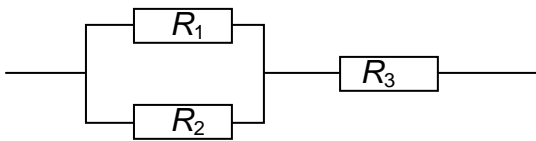


2) Vastukset rinnan. Kytkennän resistanssi on

$$R = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)^{-1} = \left(3 \cdot \frac{1}{580 \, \Omega} \right)^{-1} = \frac{580}{3} \, \Omega \approx 190 \, \Omega$$



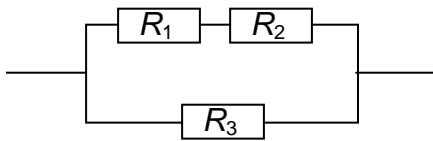
3) Kaksi vastusta rinnan ja niiden muodostama systeemi sarjassa kolmannen kanssa.



Systeemin kokonaisresistanssi on

$$R = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1} + R_3 = \left(2 \cdot \frac{1}{580 \, \Omega} \right)^{-1} + 580 \, \Omega = \frac{580 \, \Omega}{2} + 580 \, \Omega = 870 \, \Omega$$

4) Kaksi vastusta sarjassa ja niiden muodostama systeemi rinnan kolmannen kanssa.



Systeemin kokonaisresistanssi on

$$R = \left(\frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{2 \cdot 580 \, \Omega} + \frac{1}{580 \, \Omega} \right)^{-1} = \frac{2}{3} \cdot 580 \, \Omega \approx 390 \, \Omega.$$

b) Kuormitus eli systeemissä kuluva teho on $P = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}$. Kun lähteen sisäistä

resistanssia ei oteta huomioon, on napajännite kaikissa tapauksissa 13 V. Kuormitus on kääntäen verrannollinen systeemin resistanssiin, joten se on suurin sillä kytkennällä millä kokonaisresistanssi on pienin, siis silloin kun vastukset on kytketty rinnan.

Kokonaistehonkulutus on silloin

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{U^2}{R_1/3} = \frac{3 \cdot 13^2 \text{ V}^2}{580 \text{ V/A}} \approx 870 \text{ mW}$$

Kaikissa vastuksissa on rinnankytkennässä sama jännite, joten yhdessä vastuksessa kuluva teho on $P_1 = \frac{P}{3} \approx 0,29 \text{ W} > 0,25 \text{ W}$. Vastuksien nimellinen tehonkesto siis ylittyy.

33. Vastus on kytketty 4,5 V pariston napoihin. Vastuksen rinnalle on kytketty rinnan kaksi kondensaattoria, joiden kapasitanssit ovat 0,20 μF ja 0,48 μF . Pariston sisäinen resistanssi on 2,2 Ω ja pariston kautta kulkeva virta 0,15 A.

- Piirrä kytkentäkaavio.
- Kuinka suuri on vastuksen resistanssi?
- Laske kondensaattorien varaukset

Ratkaisu:

a) Kytkentäkaavio:

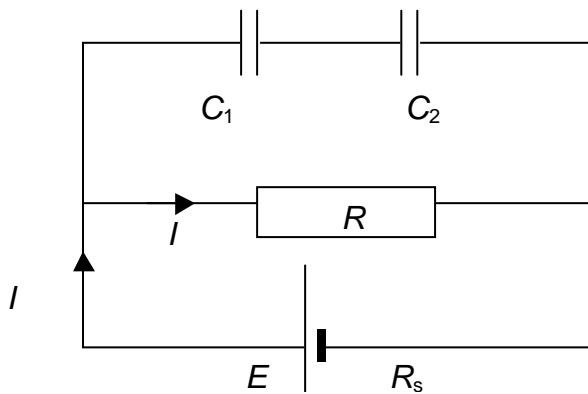
$$E = 4,5 \text{ V}$$

$$R_s = 2,2 \Omega$$

$$I = 0,15 \text{ A}$$

$$C_1 = 0,20 \mu\text{F}$$

$$C_2 = 0,48 \mu\text{F}$$



b) Tasavirta ei kulje kondensaattorien läpi, joten koko virta kulkee vastuksen kautta. Kirchhoffin 2. lain mukaan on silloin

$E = R_s I + RI$, mistä ratkaistaan vastuksen resistanssi:

$$R = \frac{E}{I} - R_s = \frac{4,5 \text{ V}}{0,15 \text{ A}} - 2,2 \Omega = 27,8 \Omega \approx 28 \Omega$$

c) Kondensaattorit on kytketty sarjaan, joten niillä on sama varaus

$$Q_1 = Q_2 = CU$$

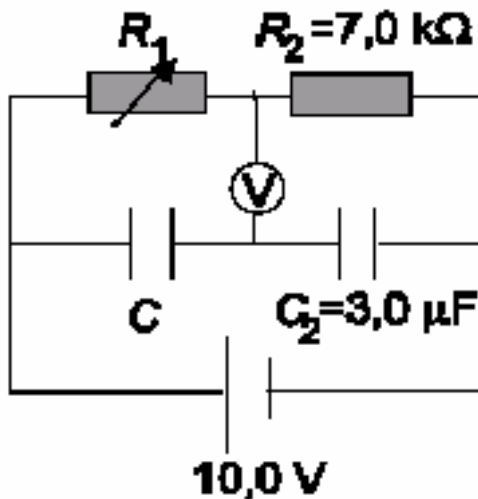
$U = RI = 4,17 \text{ V}$ ja C on kondensaattorisysteemin kapasitanssi. Se saadaan sarjakytkenän lausekkeesta:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 0,141 \mu\text{F}$$

Varaus on siis

$$Q_1 = Q_2 = CU = 0,141 \cdot 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{V}} \cdot 4,17 \text{ V} = 0,589 \cdot 10^{-6} \text{C} = 0,59 \mu\text{C}$$

34. Säätoivastusta säätämällä etsittiin sellainen resistanssi, että kytkennän jännitemittarin näyttämä on 0 V. Kun säätoivastuksen resistanssiksi säädettiin $5,0 \text{ k}\Omega$, jännitemittarin lukema oli 0 V. Mikä on kondensaattorin C kapasitanssi?



Ratkaisu:

Vastusten jännitteet suhtautuvat kuten

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

Kondensaattoreilla on tehtävänannon mukaan sama jännite kuin vastuksilla. Vastusten kytkentäpisteen jännite on

$$U_2 = \frac{10\text{V} \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{70}{12} \text{V}$$

Oletetaan, ettei volttimittarin läpi kulje virtaa (muuten jännite asettuu aina vastusten määräämään arvoon). Silloin kondensaattorien kytkentäpisteen jännite on

$$U_{2C} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} 10V$$

Kytkeänpisteiden välinen potentiaaliero on

$$U_{2C} - U_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} 10V - \frac{R_2}{R_1 + R_2} 10V$$

Tämä on nolla ehdolla

$$\frac{C_1}{C_1 + C_2} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 0$$

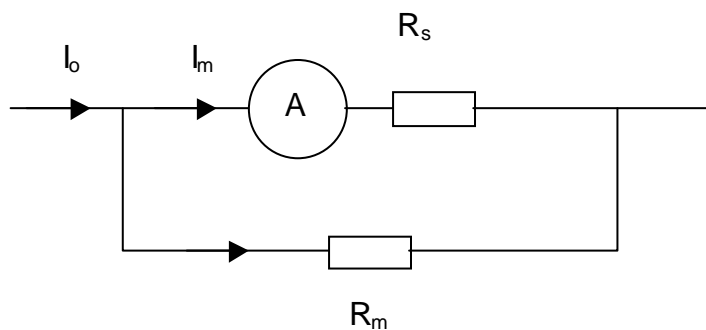
Tästä ratkaistaan tuntematon kapasitanssi:

$$C_1 = \frac{C_2 R_2}{R_1} = 4,2 \mu F$$

35. Milliampeerimittarin sisäinen resistanssi on 450Ω ja sen osoitin näyttää suurinta lukemaa, kun mittarin läpi kulkee $1,00 \text{ mA}$ sähkövirta. Kuinka suuret ovat resistanssit ja miten ne on kytkettävä milliampeerimittariin, jotta mittaria voitaisiin käyttää enintään a) $10,0 \text{ A}$ suuruisen sähkövirran, b) 220 V suuruisen jännitteen mittaukseen? Piirrä kytkeäntäkaaviot. (Yo k 77)

Ratkaisu:

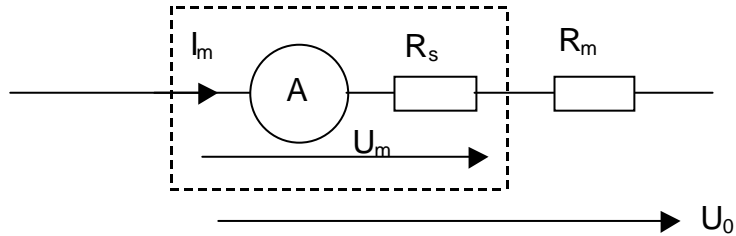
a)



Kuvasta saadaan

$$R_m(I_0 - I_m) = R_s I_m \Rightarrow R_m = \frac{I_m}{I_0 - I_m} R_s = \frac{1,00 \text{ mA}}{9,999 \text{ A}} 450 \Omega = 45,0 \text{ m}\Omega$$

b)



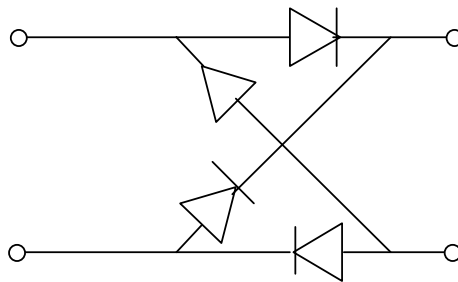
Kuvan mukaan

$$I_m(R_s + R_m) = U_0 \Rightarrow R_m = \frac{U_0 - R_s I_m}{I_m} = \frac{220 \text{ V} - 0,45 \text{ V}}{1,00 \text{ mA}} = 219,55 \text{ k}\Omega \approx 220 \text{ k}\Omega$$

Luku 5

36. Sinulla on neljä diodia ja kytkentälaatikko, jossa on neljä napaa. Miten kytket diodit napojen väliin niin, että paristo voidaan kytkeä kahden navan väliin miten päin tahansa ja kahden muun navan välissä aina vallitsee positiivinen jännite?

Ratkaisu:



37. LEDin käyttöjännite on 2,6 V, jolloin virta on 100 mA. Sinulla on kaksi LEDiä ja 6,0 V jännitelähde. Suunnittele kytkentä, jossa jännitelähteen ja LEDien lisäksi on yksi vastus, ja jolla saadaan haluttu jännite ja virta ledeille.

Ratkaisu:

Kytetään LEDit sarjaan ja niiden kanssa sarjaan etuvastus. Koko kytkentään kytetään 6,0 V. Vastukselle jää silloin

$$6,0 - 2 \cdot 2,6 \text{ V} = 0,8 \text{ V}$$

Vastuksen resistanssi on

$$R = \frac{800 \text{ mV}}{100 \text{ mA}} = 8,0 \Omega$$